

P559 #8

$$A = \begin{matrix} 3 \times 3 \\ \begin{bmatrix} -2 & 1 & -1 \\ -5 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad B = \begin{matrix} 3 \times 3 \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = I_3 = BA \\ \Rightarrow B = A^{-1}$$

#4

$$AB = \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -6 & -12 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} \quad B \neq A^{-1}$$

$$AB \neq I_2$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 2 & 3 & 8 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$3 \times 6 \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 & | & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 8 & | & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 2 & | & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \sim$$

$$\begin{matrix} -R_2 \rightarrow R_2 \\ -R_2 \rightarrow R_2 \end{matrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 & | & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & | & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 7 & | & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$-2R_1 + R_2 \rightarrow R_2$$

$$R_1 + R_3 \rightarrow R_3$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 & | & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & | & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 7 & | & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} -2R_2 + R_1 \rightarrow R_1 \\ -3R_2 + R_3 \rightarrow R_3 \end{matrix}$$

$$\sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & | & -3 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & | & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & -5 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\sim \left[ \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 1 & -3 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -5 & 3 & 1 \end{array} \right] \sim \left[ \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 2 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 12 & -7 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -5 & 3 & 1 \end{array} \right]$$

$$\begin{aligned} -R_3 + R_1 &\rightarrow R_1 \\ -2R_3 + R_2 &\rightarrow R_2 \end{aligned}$$

$$B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 12 & -7 & -2 \\ -5 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 2 & 3 & 8 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 12 & -7 & -2 \\ -5 & 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\therefore B = A^{-1}$$

$$\begin{array}{l}
 x + 2y + 5z = 2 \\
 2x + 3y + 8z = 3 \\
 -x + y + 2z = 3
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \begin{matrix} 3 \times 3 & 3 \times 1 & 3 \times 1 \\
 A X = B \\
 (A^{-1} A) X = A^{-1} B \\
 I X = A^{-1} B \\
 X = A^{-1} B
 \end{matrix}
 \end{array}$$

$$A = \begin{matrix} 3 \times 3 \\
 \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\
 2 & 3 & 8 \\
 -1 & 1 & 2 \end{bmatrix}
 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 3 \times 1 \\
 X = \begin{bmatrix} x \\
 y \\
 z \end{bmatrix}
 \end{matrix}
 \quad
 B = \begin{bmatrix} 2 \\
 3 \\
 3 \end{bmatrix}$$

$$AX = B \quad X = A^{-1}B$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 2 & 3 & 8 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x + 2y + 5z \\ 2x + 3y + 8z \\ -x + y + 2z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{matrix} 3 \times 3 & 3 \times 1 \\ \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 12 & -7 & -2 \\ -5 & 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix} \end{matrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ -3 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

$(-2, -3, 2)$

$$\begin{aligned} -2 + 2(-3) + 5(2) &= 2 \\ 2(-2) + 3(-3) + 8(2) &= 3 \\ -(-2) + (-3) + 2(2) &= 3 \end{aligned}$$

$$\{(-2, -3, 2)\}$$